Bài 10: Tìm các giá trị riêng và cơ sở không gian riêng của các ma trận:

1. A =

Λ là trị triêng của A det(A- ΛE) = 0

= 0

Λ2 - 2 Λ-3 = 0

Với thay vào pt (A-I)X = 0 ta có

8x1 – 4x2 = 0 <=> x2 = 2x1

Với x1 = 1 => x2 = 2 vậy véc tơ riêng ứng với giá trị riêng là v1 =(1,2)

Với thay vào pt (A-I)X = 0 ta có

<=> x1 = 0 , x2 =t với t bất kì thuộc R

1. B =

Λ là trị triêng của B det(B- ΛE) = 0

= 0

Λ2 - 8 Λ+16 = 0

Với thay vào pt (A-I)X = 0 ta có

<=> x1 = 3/2x2

Với x1 = 3 => x2 = 2 vậy véc tơ riêng ứng với giá trị riêng là v =(3,2)

c) C =

Λ là trị triêng của C det(C- ΛE) = 0

= 0

= 0

3-3 Λ2 +3 Λ+13 = 0

d) D =

Λ là trị triêng của D det(D- ΛE) = 0

= 0

((Λ 2-4 Λ +4)= 0

((Λ -2)2= 0

= 2

Với thay vào pt (A-I)X = 0 ta có

<=> x2 = 2x1 , x3=t bất kì thuộc R

Với x1 = 1 => x2 = 2 , x3 = 3 vậy véc tơ riêng ứng với giá trị riêng là v =(1,2,3)

d) E =

Λ là trị triêng của E det(E- ΛE) = 0

= 0

3+Λ2 +6 Λ+42 = 0

Bài 11a: Cho biến đổi tuyến tính f: P2[x] -> P2[x] được xác định

f(a0 +a1x+a2x2) =(5a0+6a1+2a2) – (a1+8a2)x+(a0-2a2)x2

Tìm các trị riêng của f

f(1)= 5+x2

f(x)=6-x

f(x2)=2-8x-2x2

* A =

Λ là trị triêng của A det(A- ΛE) = 0

= 0

- Λ 3+2 Λ 2+15 Λ +12= 0

Bài 15: Cho toán tử tuyến tính trên R3 xác định bởi

f(1;2;-1) = (4;-2;-6), f(1;1;2)=(5;5;0), f(1;0;0)=(1;2;2)

1. Tìm m để u=(6;-3;m) Im(f)

u Im(f) nghĩa là tồn tại v f(x) để cho u = f(v)

Im(f) là một không gian con của f(x) và có hệ sinh là

{ f(1;2;-1) , f(1;1;2), f(1;0;0)} = { (4;-2;-6), (5;5;0),(1;2;1)}

Nên để u Im(f) thì u phải là tổ hợp tuyến tính của các véc tơ { (4;-2;-6), (5;5;0),(1;2;2)}, hay nói cách khác, tồn tại a,b,c thỏa mãn

(6;-3;m) = a(4;-2;-6) +b (5;5;0)+c(1;2;1)

m = -9

1. Tìm các giá trị riêng và véc tơ riêng của f

Từ định nghĩa ta có bộ cơ sở E = { (1;2;-1) , (1;1;2), (1;0;0)} và U = { (4;-2;-6), (5;5;0),(1;2;1)}

U1 = (4,-2,-6) = a(1,2,-1) + b(1,1,2)+c(1,0,0)

[U1]E =